CONCURSUL INTERJUDETEAN DE MATEMATICA
"VASILE DUMITRACHE"
24 aprilie 2010
CLASA A-XI-A

SUBIECTUL I

Fie A şi B două matrice pătratice de ordinul k mai mare sau egal cu 1.Să se demonstreze că dacă

det(A+nB)=det(nA+B)

pentru cel puțin k+1 valori distincte ale numărului natural n mai mare decât 1, atunci detA= det B.

SUBIECTUL II

Fie f:R$\to$R, o funcție continuă şi mărginită. Demonstrați că există a, b$\in$ R astfel încât a-b=1 şi $(a^2+1)\cdot f(b)=(b^2+1)\cdot f(a)$.

SUBIECTUL III

Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un şir de numere reale monoton crescător , astfel încât $a_n \geq 1, (\forall) n \in N^*, iar \ (x_n)_{n\geq 1}; şi (y_n)_{n\geq 1}$, două şiruri de numere reale definite prin:

$$x_n = \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{1+[k+a_k]}{k} \right], \quad y_n = \sum_{k=1}^{n} [a_k],$$

unde [,] reprezintă funcția partea întreagă. Dacă $(z_n)_{n\geq 1}$ este un şir de numere reale strict pozitive cu proprietatea :

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n(2\cdot a_n+1)}{z_n} = 0 \text{ , calculați:}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x_n - y_n}{z_n}.$$